

PODSUMOWANIE REZULTATÓW SYMULACJI KOMPUTEROWYCH KATASTROFY SMOLEŃSKIEJ

Wiesław K. Binienda

Abstract

Several material models developed for LS-DYNA were used to investigate possible outcomes of the Tu-154M aircraft wing impact with the birch tree. The wing structure was modeled according to the shape and internal structure information available in the literature. Results of the birch density investigation conducted by Cieszewski were incorporated into orthotropic material model of the birch. Newly developed elasto-viscoplastic model for tri-axial state of stress-driven failure that incorporates large body of experiments characterizing airplane Aluminum 2024-T351 failure envelope is presented as tabulated Johnson Cook Mat224. Application of this material is validated using Aluminum sabot impacting the rigid steel plate with the velocity 175m/s. Results of the airplane impact with the birch tree are produced using locally very fine solid elements mesh. The numerical results confirmed conclusions formulated by coarser shell mesh and simpler material models that for any airplane configuration the impact should produce damage of the wing leading edge and the tree should always be cut by the front spar. The upper part of the tree has to fall parallel to the airplane flight direction.

Keywords - Triaxial state of stress, failure envelope, crash, explosion, simulation.

Streszczenie

Kilka różnych modeli materiałowych rozwiniętych dla programu LS-DYNA użyto do symulacji komputerowych uderzenia samolotu Tu-154M lewym skrzydłem w brzozę. Kształt i struktura wewnętrzna tego samolotu były modelowane na podstawie informacji dostępnych w literaturze. Gęstość brzozy obliczona przez Cieszewskiego została użyta do parametrów opisu ortotropowego materiału brzozy Mat143. Najnowszy elasto-wiskoplastyczny model materiałowy z kryterium pęknięcia wyznaczonym dla pełnego tensora naprężeń uzyskany za pomocą obszernych rezultatów testów eksperymentalnych dla samolotowego dur-aluminium typu 2024-T351 jest opisany jako eksperymentalny model Mat224 o własnościach Johnson-Cook. Dokładność rezultatów numerycznych symulacji otrzymanych przy użyciu tego modelu jest sprawdzona za pomocą testu uderzenia cienkościenną strukturą dur-aluminiowej w grubą płytę stalową z prędkościami od 175 m/s do 300 m/s. Wyniki wirtualnych eksperymentów uderzenia skrzydła samolotu w brzozę zostały otrzymane z zastosowaniem lokalnie bardzo małych elementów trójwymiarowych. Wyniki numeryczne potwierdziły konkluzje otrzymane przy użyciu modeli z elementami większymi dwuwymiarowymi i prostszymi opisami zachowania się materiału, że niezależnie od przyjętej konfiguracji samolotu, krawędź przednia skrzydła musi ulec zniszczeniu, zaś drzewo zawsze będzie przecięte przez przedni dźwigar skrzydła. Po przecięciu drzewo zawsze upada wzdłuż toru lotu samolotu.

Słowa kluczowe – Trójosiowy stan naprężeń, powierzchnia stanu pęknięcia, zderzenie, wybuch, symulacja.

1. OPIS MODELU MATERIAŁU MAT224

1.1. Wprowadzenie

Zwykle opisy zachowania materiałów izotropowych, jakim jest dur-aluminium, są wyznaczone przy pomocy testów próbek pod wpływem jednokierunkowego naprężenia rozciągającego, ściskającego lub ścinającego. W praktycznych sytuacjach uderzenia struktur cienkościennych jednokierunkowy stan naprężenia nigdy nie występuje w rejonie pęknięcia [1, 2].

Rice i jego grupa naukowa [3] rozwinęli model do symulacji pojedynczego defektu w postaci sferycznego otworu. Autorzy pokazali, że współczynnik wzmocnienia dylatacyjnego wzrasta eksponencjalnie ze wzrostem średniego naprężenia mierzonego w oddali od defektu. Naprężenie średnie można zdefiniować jako negatywne ciśnienie

$$\sigma_m = p = -\frac{I_1}{3} = -\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}, \quad (1)$$

gdzie σ_1 , σ_2 i σ_3 są normalnymi naprężeniami dominującymi.

Hancock i Mackenzie [4] założyli, że równoważne odkształcenie plastyczne pęknięcia musi zmniejszać się, gdy „trójosiowość” naprężenia się zwiększa. Wierzbicki wraz ze swoją grupą naukową [5] przeanalizowali siedem modeli pęknięcia dla materiałów takich jak dur-aluminium i doszli do wniosku, że zastosowanie „trójosiowości” stanu naprężenia poprawia dokładność rezultatów symulacji komputerowych. „Trójosiowość” jest zdefiniowana jako

$$\sigma^* = \sigma_m / \sigma_{vm}, \quad (2)$$

gdzie efektywne naprężenie von Misesa może być obliczane z użyciem dewiatorycznego tensora naprężenia

$$\sigma_{vm} = \left(\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij} \right)^{1/2}, \quad (3)$$

gdzie:

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij}. \quad (4)$$

Wierzbicki [5] oraz Barsoum [6] wprowadzili do modelu pęknięcia dodatkowy parametr zwany Lode

$$\mu = \frac{27}{2} \frac{J_3}{\sigma_{vm}^3}, \quad (5)$$

gdzie

$$J_3 = I_3 - \frac{1}{3} I_1 I_2 + \frac{2}{27} I_1^3. \quad (6)$$

Carney [7] zaproponował modyfikację modelu pękania Wierzbickiego. Parametry jakie zaproponował używają pełnego tensora naprężenia, a w szczególności normalne naprężenia dominujące σ_1 , σ_2 i σ_3 . Jego zmodyfikowany parametr *Lode* przyjmuje następującą postać

$$Lode = \frac{I_3}{\sigma_{mv}^3}, \quad (7)$$

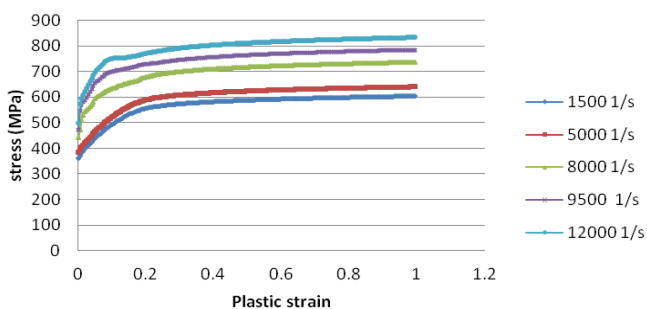
gdzie

$$I_3 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3. \quad (8)$$

DuBois [8] razem z grupą współpracowników z LSTC, FAA, NASA oraz kilku uniwersytetów opracował nowy tabelkowy model materiałowy, który używa do symulacji pełnych i rzeczywistych rezultatów eksperymentalnych, uzyskanych za pomocą wielu typów próbek, które pękają pod wpływem złożonego stanu naprężeń.

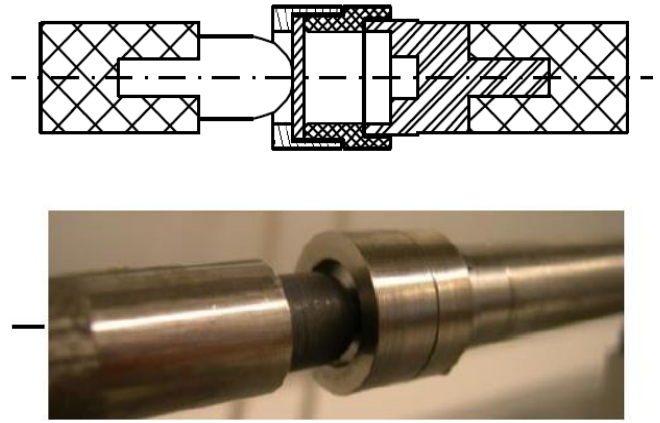
1.2. Założenia MAT224

MAT_224 jest również znany jako *MAT_TABULATED_JOHNSON_COOK [8]. Jego opis matematyczny został rozwinięty na podstawie oryginalnego opisu typu Johnson-Cook (Mat015). Różni się on jednak tym, że ma możliwość użycia pomiarów eksperymentalnych w postaci naprężenia i odkształcenia oraz powierzchni stanu pękania lub krytycznego odkształcenia plastycznego jako funkcji trójosiowości (*triaxility*), szybkości obciążenia (*strain rate dependence*), temperatury oraz kompensacji rezultatów w zależności od wielkości elementów (*non-local analysis*). Kryterium zniszczenia analizuje ewolucje odkształcenia plastycznego w porównaniu do krytycznego odkształcenia plastycznego w momencie pękania. Rys. 1 pokazuje zależności naprężenia od odkształcenia plastycznego dla pięciu prędkości odkształcenia materiału AL2024-T351.



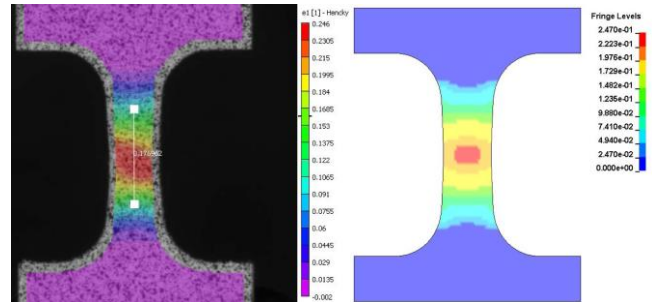
Rys. 1. Naprężenia dla różnych prędkości odkształcenia dla lotniczego dur-aluminium jako funkcja odkształcenie plastycznego.

Aby uzyskać złożone stany naprężenia dla statycznego czy dynamicznego obciążenia, Gilat [9] rozwinął dynamiczny test wykorzystujący aparat Hopkinsona do przecinania próbki za pomocą sztywnego stempla, jak to jest pokazane na Rys. 2. Aparat ten może być również użyty z maszyną ściskającą jak MTS, aby uzyskać siłę do przecięcia próbki przy wolniejszej prędkości odkształcenia.



Rys. 2. Aparat do testu dynamicznego dla dur-aluminium 2024-T351 [9].

Dwu-osiowy stan naprężeń można również osiągnąć za pomocą płaskich próbek z rowkami. Odkształcenia mogą tu być obserwowane za pomocą kamer szybkościowych i rezultaty odkształceń mogą być porównywane z rezultatami symulacji komputerowych, jak to jest widoczne na Rys. 3.



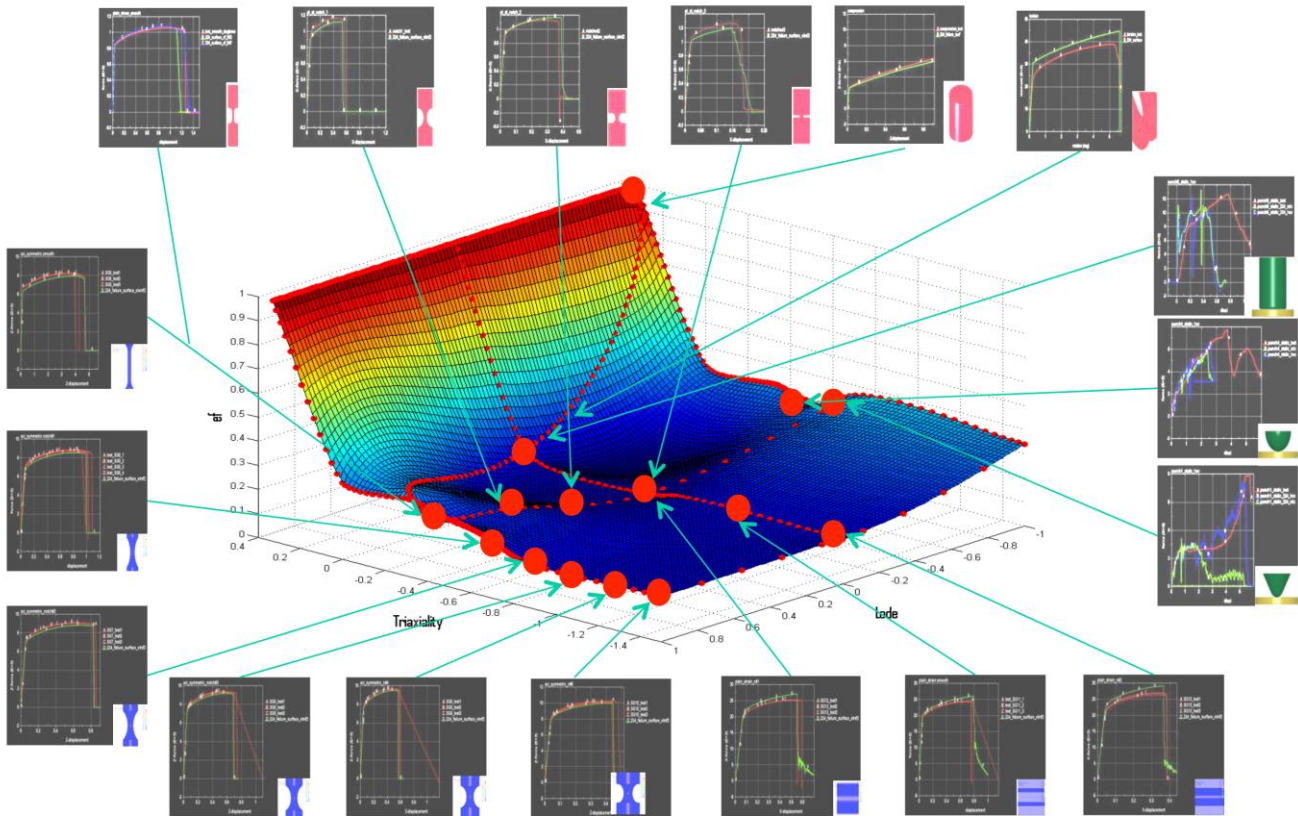
Rys. 3. Korelacja pomiędzy eksperymentem (DIC po lewej) i symulacja (po prawej) używana do wyznaczenia krzywych materiałowych dla lotniczego dur-aluminium [10].

Użyte różne geometrie próbek poddanych ściskaniu, rozciąganiu, skręcaniu, i przecinaniu za pomocą stempla pokazane są na obrzeżu Rys. 4 kolorami czerwonym, niebieskim i zielonym. Wyznaczona powierzchnia pękania jest pokazana w środku Rys. 4 z poszczególnymi punktami mierzonymi eksperymentalnie odnoszącymi się do poszczególnych testów i geometrii próbek. Powierzchnia ta pokazuje efektywne odkształcenie pękania ε_p^f w funkcji trójosiowości naprężeń i klasycznego parametru *Lode*, jak w równaniu (5). Efektywne odkształcenie liczone jest za pomocą odkształcenia typu *von Misesa*:

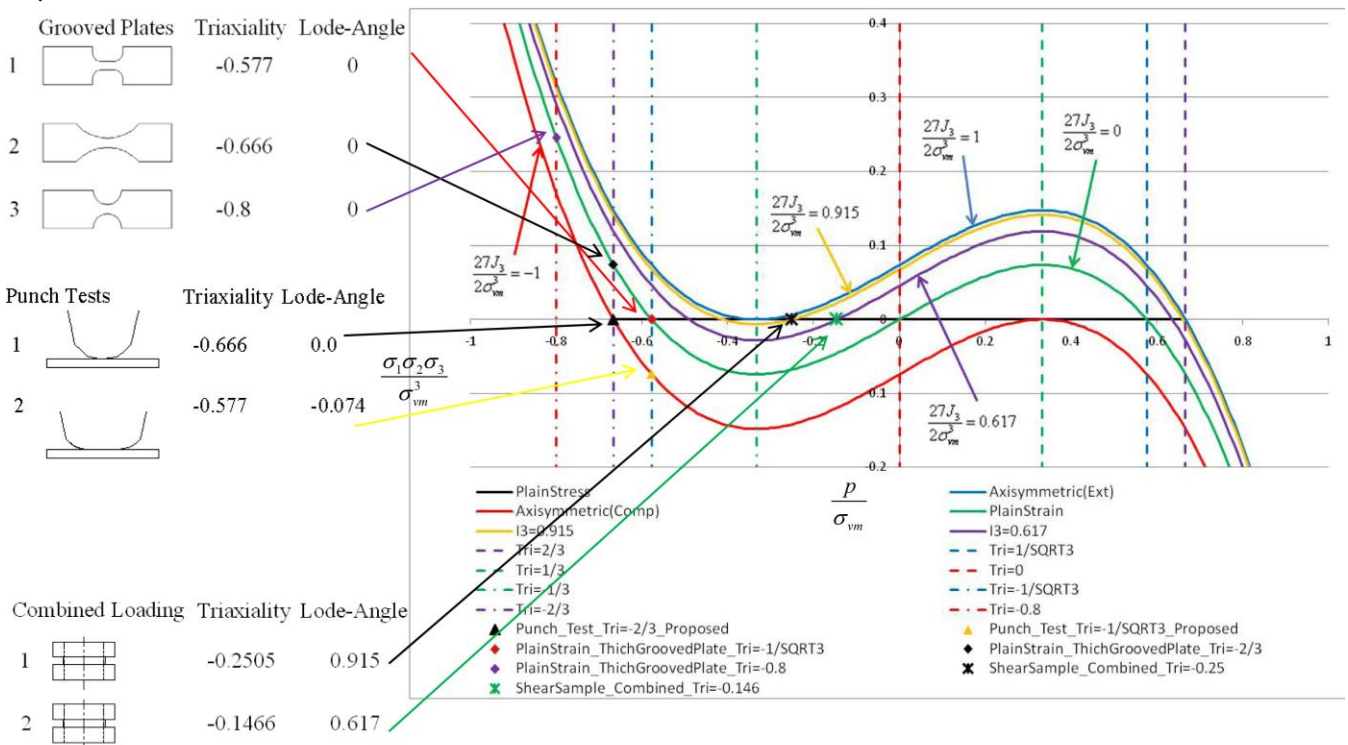
$$\varepsilon_{vm} = \left(\frac{2}{3} \varepsilon'_{ij} \varepsilon'_{ij} \right)^{1/2}, \quad (9)$$

gdzie $\varepsilon'_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij}$ jest tensorem odkształcenia dewiatorycznego.

Punkty stanu naprężenia w momencie pękania dla poszczególnych eksperymentów można również przedstawić używając klasycznego parametru trójosiowości oraz uproszczonego parametru *Lode* jak w równaniu (7). Przykłady poszczególnych testów i punkty im odpowiadające dla uproszczonego *Lode* pokazane są na Rys. 5.



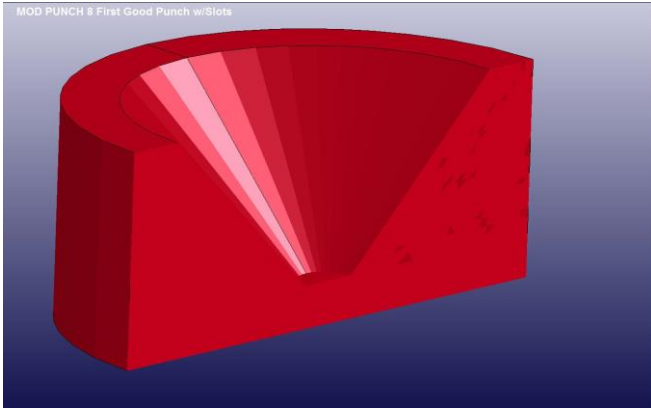
Rys. 4. Powierzchnia zniszczenia wyznaczona dla lotniczego dur-aluminium [11].



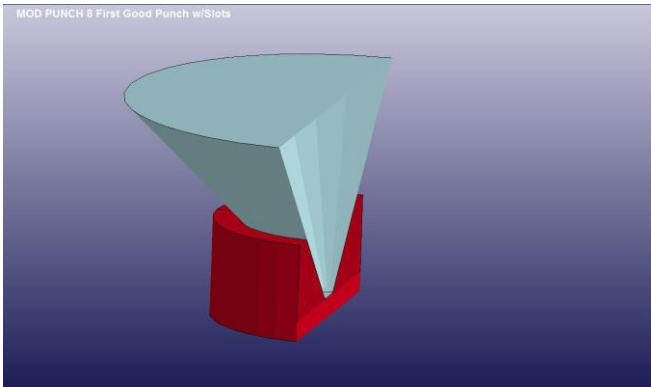
Rys. 5. Określenie stanu naprężeń w momencie pęknięcia dla AL2024-T351 przy użyciu testów pokazanych po lewej stronie.

Jednym z istotnych rejonów trójosiowości i *Lode* jest rejon, gdzie oba te parametry są ujemne. Przy pękaniu od uderzenia obiektu cienkościennego tensor naprężeń układa się w taki sposób, że oba te parametry są właśnie ujemne. Przykładem geometrii próbki, która może być używana w laboratorium do znalezienia krytycznego odkształcenia w

momencie pęknięcia dla ujemnych parametrów *Lode* i trójosiowości jest próbka pokazana w postaci przekroju na Rys. 6. Próbkę tą jest obciążana przez stalowy stożkowy stempel, który jednocześnie rozciąga ścianki próbki i naciska na jej dno, tak jak to jest pokazane na Rys. 7.

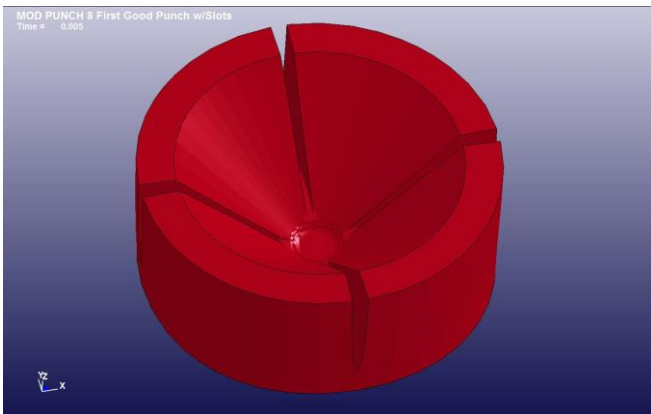


Rys. 6. Przekrój próbki do badania pęknięcia przy ujemnych parametrach *Lode* i trójosiowości - równania (2) i (5).



Rys. 7. Przekrój próbki i stempla użytych do badania pęknięcia przy ujemnych parametrach *Lode* i trójosiowości - równania (2) i (5).

W zależności od kąta stożka, ilości nacięć ściany próbki, promienia przejścia od ścian do dna próbki, otrzymuje się różnej wielkości naprężenia normalne rozciągające oraz ściskające w dnie próbki. Kształt odkształconej próbki przez stempel tuż przed pęknięciem dna pokazany jest na Rys. 8.

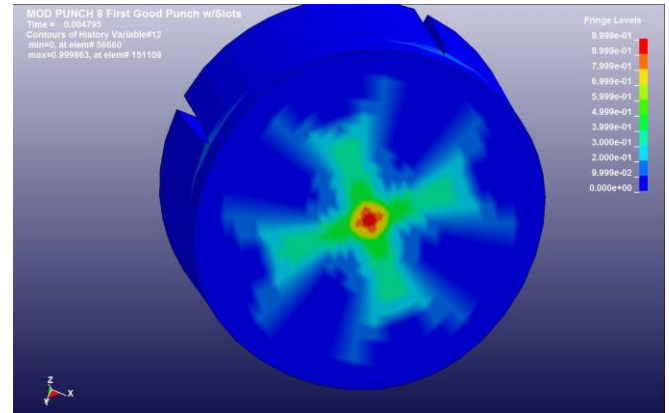


Rys. 8. Otwarte szczeliny w ściankach próbki tuż przed pęknięciem dna dur-aluminiowej próbki.

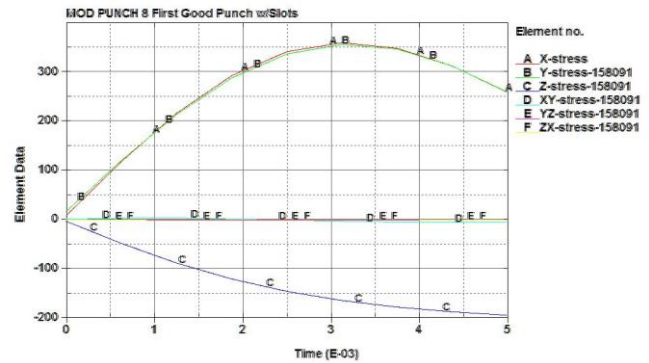
Obserwacje pęknięcia materiału próbki są prowadzone od spodniej strony próbki. Rozkład największego odkształcenia *von Misesa* normalizowanego w stosunku do odkształcenia pęknięcia dur-aluminium na dnie próbki koncentruje się równomiernie w środkowej części, jak to jest pokazane na Rys. 9.

Ewolucja wszystkich składników tensora naprężeń w układzie współrzędnych tak dobranym, że współrzędna „z” jest prostopadła do dna próbki, a osie „x” i „y” leżą na dnie próbki, jest pokazana na Rys. 10. Widać, że w tym

przypadku naprężenia ścinające nie istnieją, czyli naprężenia normalne, jednocześnie są naprężeniami dominującymi σ_1 , σ_2 i σ_3 , przy czym pierwsze dwa są sobie równe i dodatnie czyli rozciągające, a trzecie jest ujemne czyli ściskające.

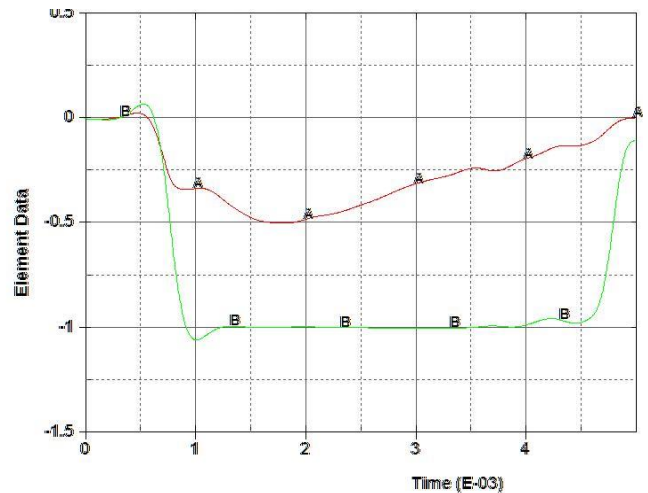


Rys. 9. Rozkład odkształceń *von Misesa* -równanie (9) w stosunku do odkształcenia pęknięcia ϵ_p .



Rys. 10. Ewolucja składników naprężeń w środku dna próbki.

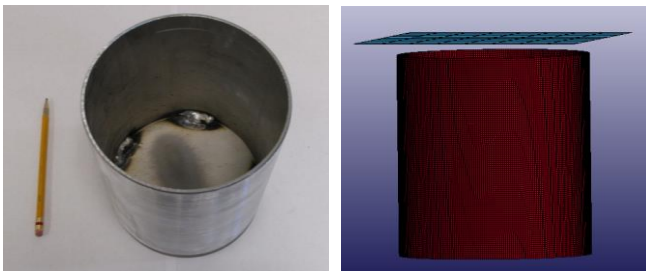
Właśnie dzięki takiemu rozkładowi naprężeń, ujemne parametry trójosiowości i *Lode* są osiągnięte w momencie pęknięcia. Przykład ewolucji obu parametrów w środku dna próbki jest pokazany na Rys. 11, gdzie czerwona krzywa (A) reprezentuje parametr trójosiowości, a zielona krzywa (B) parametr *Lode*.



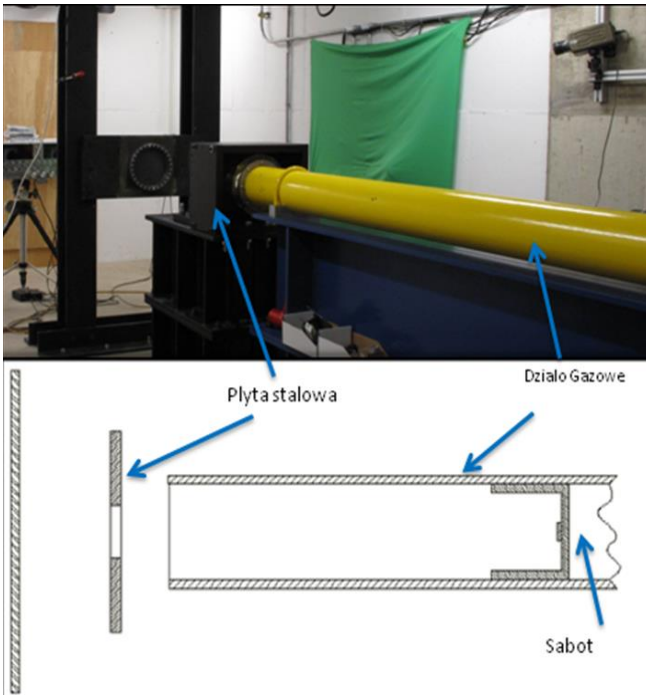
Rys. 11. Ewolucja parametrów trójosiowości (krzywa czerwona A) i *Lode* (krzywa zielona B) dla dur-aluminium na dnie próbki z Rys. 6.

1.3. Weryfikacja MAT224 dla struktury cienkościennej

Dokładność obliczeniowa MAT224 z parametrami wyznaczonymi przez FAA, NASA, i grup naukowców pod kierunkami Gilata i Kana, zostały zweryfikowane przy użyciu struktury cienkościennej zwanej „sabot” uderzającej w grubą płytę stalową z prędkościami porównywalnymi i większymi od prędkości uderzenia w drzewo samolotu Tu-154M. Sabot składa się z cylindra o średnicy zewnętrznej 152,4 mm i grubości ściany 1,5 mm, czyli podobnej jak grubość poszycia skrzydła samolotu. Strona kontaktowa pomiędzy sabotem i płytą stalową jest otwarta, a do drugiej strony jest przyspawane dno o grubości 6,35 mm lub 12,7 mm. Rys. 12 pokazuje sabot, który jest rozpydzany do prędkości lotu samolotu lub większej przez działko próżniowo-gazowe pokazane na Rys. 13.



Rys. 12. Struktura cienkościenna sabotu z dur-aluminium 2024-T351 (lewa strona) i model (prawa strona).

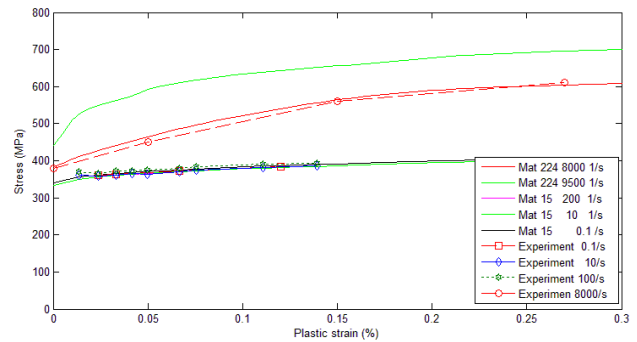


Rys. 13. Działko próżniowo-gazowe oraz płyta stalowa uderzana przez sabot.

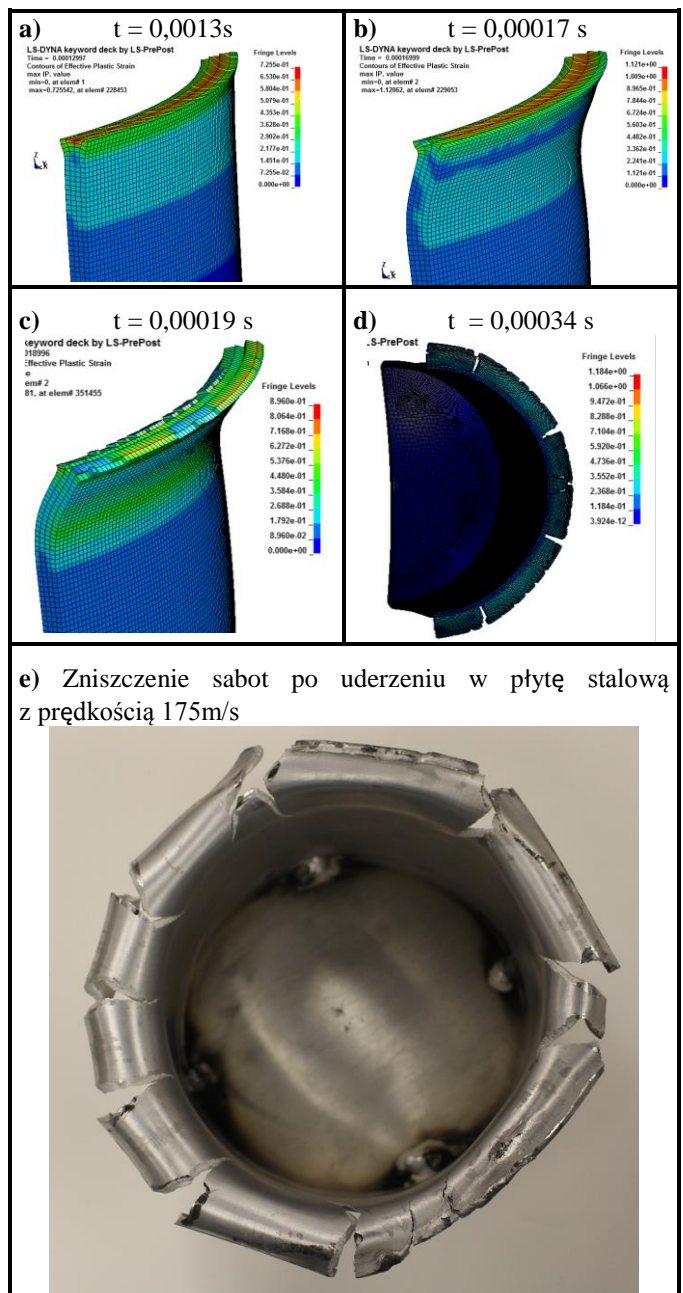
Model sabot posiada 102864 ośmio-węzłowych trójwymiarowych elementów skończonych, Parametr *Hourglass jest typu 6 oraz kontakt jest typu *Automatic_Surface_to_Surface. Aby porównać krzywą plastycznego odkształcenia i naprężenia, wycięto ze ścianek sabot prostokątne próbki i poddano je zwykłemu rozciąganiu, aby potwierdzić, że MAT224 reprezentuje dobrze materiał AL2024-T351. Rezultaty testów i symulacji weryfikujących MAT224 pokazane są na Rys. 14.

Symulacja uderzenia sabot w płytę stalową przy prędkości 175 m/s, a więc ponad dwukrotnie większej niż

prędkość samolotu, z jakim Tu-154M miał uderzyć w drzewo lub w ziemię, dokładnie odzwierciedla zniszczenie widoczne w eksperymencie. Sekwencja zniszczenia jest pokazana na Rys. 15.



Rys. 14. Weryfikacja materiałowa MAT224 dla dur-aluminium 2024-T351.



Rys. 15. Symulacje zniszczenia sabotu przy prędkości 175 m/s dla różnych czasów po uderzeniu (a-d) oraz eksperymentalny rezultat zniszczenia sabotu.

Na podstawie eksperymentów i symulacji uderzenia sabotu z materiału AL2024-T351 w sztywną stalową płytę widać, że nawet przy prędkości dwukrotnie większej od prędkości Tu-154M aluminium nie rozpada się na drobne fragmenty o wielkościach, jakie zostały znalezione w okolicach brzozy i na obszarze rozciągającym się aż do miejsca ostatecznego uderzenia samolotu w ziemię. Można więc wnioskować, że skrzydło i kadłub Tu-154M poddany był dużo większej energii i większej prędkości obciążenia materiału, niż to było użyte w eksperymencie z rozpędzonym sabotem uderzającym w sztywną płytę stalową. Wymagane do fragmentaryzacji dur-aluminium energie nie są możliwe do osiągnięcia nawet przy prędkościach bliskich prędkości dźwięku, gdyż nawet przy prędkości uderzenia 300 m/s nie następuje kruszenie dur-aluminium, co jest widoczne na Rys. 16.



Rys. 16. Eksperymentalny rezultat zniszczenia sabotu dla prędkości 300 m/s.

Fakt znalezienia wielu odłamków przed brzozą i na obszarze aż do pierwszego zetknięcia samolotu z ziemią, może świadczyć, że taka fragmentacja była spowodowana energią powstałą w wyniku wybuchu w skrzydle.

2. SYMULACJE ZNISZCZENIA SKRZYDŁA TU-154M Z UŻYCIEM MAT224

2.1. Model samolotu Tu-154

Model samolotu Tu-154M został zbudowany przy użyciu komercyjnego modelu tego samolotu w formie Solid Works, który następnie został rozbudowany o strukturę wewnętrzną skrzydła. Wszystkie powierzchnie zostały następnie zastąpione siatką elementów powłokowych przy pomocy programu Hypermesh. Szczegóły tego modelu zostały przedyskutowane w publikacjach [12] i [13]. W tej pracy dźwigar przedni skrzydła w obszarze kontaktu z drzewem został lokalnie zbudowany za pomocą bardzo małych trójwymiarowych ośmiowęzłowych elementów skończonych. Elementy trójwymiarowe zostały połączone z elementami dwuwymiarowymi w dźwigarze przy użyciu metody ***Tied_Nodes_to_Surface**, a połączenie z poszyciem zostało uzyskane za pomocą: ***Tied_Surface_to_Surface**. Obliczenia zostały zrobione dla różnych grubości ścian dźwigara jak w [13].

Zweryfikowany opis zachowania materiału AL2024-T351 w postaci MAT224 z parametrami zmierzonymi eksperymentalnie został przypisany części dźwigara przedniego. Reszta modelu pozostała niezmienniona. W ten sposób w miejscu potencjalnego pęknięcia konstrukcji, w modelu mamy materiał, którego zachowanie posiada

najdokładniejszy trójosiowy opis uzyskany i potwierdzony eksperymentalnie.

Zbliżenie siatki pierwszego dźwigara, gdzie elementy płaskie zostały zastąpione gęstą siatką (5400 trójwymiarowych elementów) w obszarze kontaktu z brzozą jest pokazane na Rys. 17.

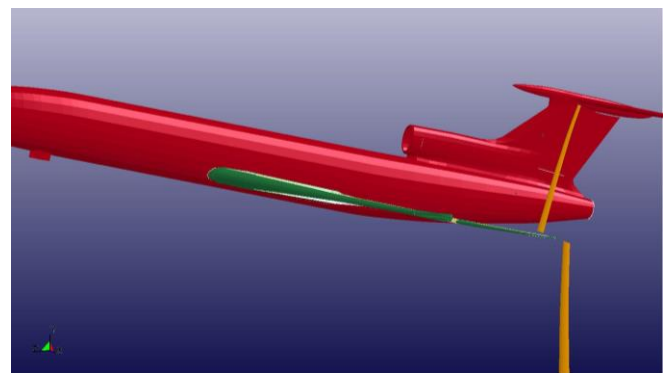
Drzewo zostało zamodelowane jako pień stożkowy o średnicy 44 cm w miejscu uderzenia, przy użyciu różnych siatek MES. Najgęstsza siatka posiada 228800 prostopadłościennych elementów. Dla symulacji kontaktu skrzydła z brzozą została wykorzystana opcja kontaktowa „***Automatic Surface to Surface**”. Opcja „**SOFT=2**” została użyta zgodnie z instrukcją dla programu LsDyna dla struktur o kształcie smukłym takim, jaki mają pień drzewa i krawędź przednia skrzydła. Dzięki tej opcji otrzymaliśmy zadowalającą stabilność obliczeń komputerowych. Gęstość drzewa została zmodyfikowana tak, aby był zgodny z konkluzjami grupy naukowej Cieszewskiego [14], ale użyty został najmocniejszy model ortotropowy, aby rezultaty miały duży margines pewności.



Rys. 17. Siatka małych elementów trójwymiarowych modelujących fragment pierwszego dźwigara w obszarze kontaktu z brzozą.

2.2. Rezultaty symulacji uderzenia Tu-154M w brzozę

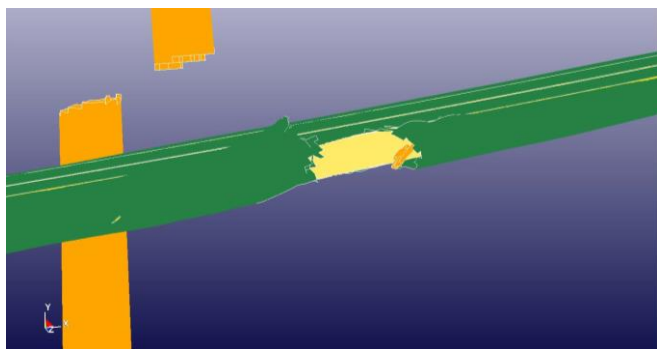
Uzyskane rezultaty symulacji uderzenia samolotu Tu-154M w brzozę nie zmieniają ostatecznych wniosków zawartych w [12] i [13]. Symulacje pokazują, że brzoza zostaje przecięta, poszycie krawędzi przedniej skrzydła jest zniszczone, dźwigar lekko wygięty, ale skrzydło nie traci integralności i samolot powinien odlecieć jak to jest pokazane na ogólnym Rys. 18 i zbliżeniu miejsca zniszczenia na Rys. 19.



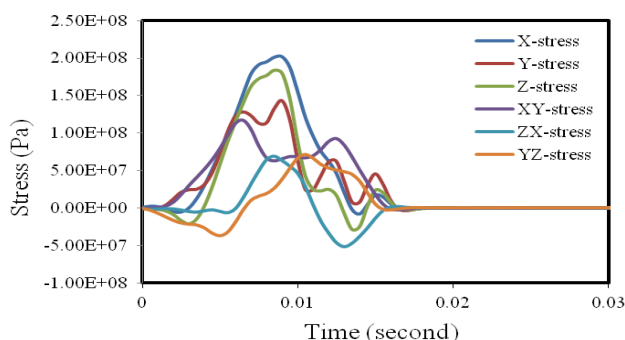
Rys. 18. Symulacje przecięcia brzozy przez Tu154M.

Warto tutaj zauważyć, że dźwigary w samolotach zrobione są zwykle z najbardziej wytrzymałych stopów aluminium zbliżonych do AL7075-T6 lub AL7075-T651, a więc o wytrzymałości od 10 % do 20 % większych od użytych w tych obliczeniach. Przyjmując w symulacji AL2024-T351 założyliśmy, że dźwigary są zbudowane z materiału słabszego od tego, który w rzeczywistości jest używany do budowy Tu-154M. Ewolucja naprężeń w elemencie dźwigara najbardziej zbliżonym do całkowitego

zniszczenia jest pokazana na Rys. 20. Widać, że w czasie uderzenia materiał jest obciążony wielokierunkowo, czyli Mat224 najlepiej odzwierciedla rzeczywiste naprężenia w materiale skrzydła.

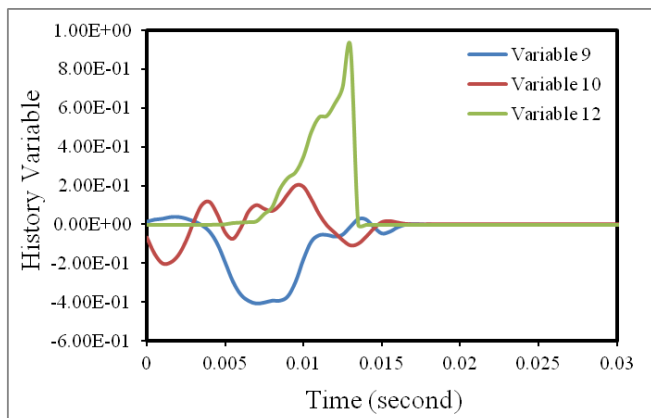


Rys. 19. Zbliżenie krawędzi przedniej i widocznego dźwigara Tu-154M po przecięciu brzozy.



Rys. 20. Komponenty naprężenia w czasie kontaktu z brzozą.

Ewolucje parametrów „trójosiowości” (parametr 9), *Lode* (parametr 10), oraz ilorazu efektywnego odkształcenia do odkształcenia pęknięcia (parametr 12), pokazane są na Rys. 21 dla jednego z elementów zniszczonego w wyniku kontaktu z brzozą.



Rys. 21. Ewolucje parametrów trójosiowości (9), *Lode* (10) i pęknięcia (12) dla zniszczonego elementu dźwigara w czasie kontaktu z brzozą.

Szybkość odkształcenia dla uderzenia samolotu w wielokrotnie słabszy i bardziej miękki od dur-aluminium materiał brzozy jest dużo mniejsza w porównaniu z szybkościami odkształceń osiągniętymi przy uderzeniu sabotu w grubą płytę stalową z prędkością 175 m/s, czyli w porównaniu do dwukrotnie większej prędkości od realnej prędkości samolotu Tu-154M, z jaką miał uderzyć w brzozę lub ziemię. Jest to szczególnie istotne dla dźwigara,

ponieważ odkształcenie brzozy rozpoczyna się już w momencie kontaktu drzewa z krawędzią przednią skrzydła. Można więc oczekiwać, że zniszczenie części skrzydła powinno być dużo mniejsze, niż zniszczenie sabotu po uderzeniu w grubą płytę stalową.

3. WNIOSKI KOŃCOWE

Wszystkie wnioski są efektem przeprowadzonych w tej pracy analiz i odzwierciedlają konkretne rezultaty otrzymane na podstawie przeprowadzonych symulacji i eksperymentów.

1. Mat224 umożliwia otrzymanie wyników symulacji popartych ogromną bazą badań eksperymentalnych, czyli rezultaty są najbardziej dokładne z możliwych.
2. Kryterium pęknięcia w funkcji parametrów trójosiowości i *Lode* umożliwia dostosowanie się wytrzymałości materiału w czasie obciążenia do każdego tensora naprężeń.
3. Gęsta siatka elementów oraz Mat 224 dają mniejsze zniszczenia dźwigara przedniego niż symulacje, w których zastosowano liniowe i Johnson-Cook opisy zachowania się dur-aluminium oraz większe elementy płaskie, przez co potwierdzają ostateczne rezultaty otrzymane i referowane w artykułach [12] i [13].
4. Lewe skrzydło nie mogło urwać się w wyniku uderzenia w brzozę, gdyż w żadnym badanym przypadku brzoza nie łamie skrzydła.
5. Struktura cienkościenna z materiału AL2024-T351 uderzając nawet z dwukrotnie, czy czterokrotnie większą prędkością od prędkości samolotu Tu-154M w całkowicie sztywnej przeszkodzie nie wykazuje kruszenia się i fragmentaryzacji materiału.
6. Fragmentaryzacja skrzydła i innych części samolotu Tu-154M w Smoleńsku nie mogła być spowodowana uderzeniem samolotu w drzewo lub gałęzie, ale musiała być spowodowana dużo większą energią o ogromnej prędkości odkształcenia materiału, jaka może być uzyskana w wyniku wybuchu.

Literatura cytowana

- [1] Atkins, A.G. (1997), „*Fracture mechanics and metal forming: Damage mechanics and local approach of yesterday and today*”. Fracture research in retrospect.
- [2] McClinton, F.A. (2002), „*Slip line fracture mechanics: A new regime of fracture mechanics*”. Fatigue and Fracture mechanics, Vol. 33, ASTM-STP-1417.
- [3] Rice, J.R., Tracey, D.M., „*On the Ductile Enlargement of Voids in Triaxial Stress Fields*”, Journal of the Mechanics of Physical Solids, Vol. 17, 1969, pp 201-217.
- [4] Hancock, J.W., Mackenzie, A.C., „*On the Mechanisms of Ductile Failure in High-Strength Steels Subjected to Multi-Axial Stress-States*”, Journal of the Mechanics of Physical Solids, Vol. 24, 1976, pp 147-169.
- [5] Wierzbicki, T., Bao, Y., Lee, Y., and Bai, Y. (2005), „*Calibration and evaluation of seven fracture models*”. Int. J. Mech. Sci, 47, 719-743.
- [6] Carney, K. S., DuBois, P.A., Buyuk, M., Kan, S. (2009), „*Generalized, three-dimensional definition, description and derived limits of the triaxial failure of metals*”, JAE, 22, 280-286.

- [7] DuBois, P.A., Buyuk, M., Kan, S. (2011), *“Implementation of MAT224 in LS-DYNA”*, LS_DYNA Aerospace Working Group meeting, Livermore CA.
- [8] LS_DYNA Manual, (201), LSTC, Vol. 2, R7.0,
- [9] Gilat A., and Seidt, J.D. (2013), *“Recent Developments in Material Testing for Characterization of Materials (Deformation and Failure) for LS-DYNA material Models”*, 9th European LS-DYNA Conference.
- [10] DuBois, P., Buyuk, M., and Kan, S., (2011) *“Implementation of MAT224 in LS-DYNA”*, LS-DYNA Aerospace Working Group meetong.
- [11] DuBois, P., Buyuk, M., He, J. and Kan, S., (2010), *“Development, implementation and validation of 3-D failure model for Aluminum 2024 for high speed impact application”*, 11-th International LS-DYNA Conference.
- [12] Binienda W.K, (2012), *„Analiza Dynamiczna Zniszczenia Struktury Samolotu Tu-154M w Smolensku 10 Kwietnia 2010 Roku”*, I Konferencja Smoleńska, Warszawa, Polska.
- [13] Zhang, C., Binienda, W.K., Horvat F.E., and Wang, W. (2013), *“Application of Numerical Methods for Crashworthiness Investigation of a Large Aircraft Wing Impact with a Tree”*, MCFNS, 5, 71-85.
- [14] Cieszewski, C.J., Strub, M., Antony, F., Bettinger, P., Dahlen, J., and Lowe, R. C., (2013) *“Wood Quality Assessment of Tree Trunk from the Tree Branch Sample and Auxiliary Data based on NIR Spectroscopy and Silviscan”*, MCFNS, 5, 86-111.